

# **ТЕМА 11. ІНДЕКСНИЙ МЕТОД**

**11.1 Суть індексів, їх особливості як узагальнюючих показників.**

**11.2 Класифікація індексів та їх функції.**

**11.3 Методологічні принципи побудови індексів.**

**11.4 Агрегатна форма індексів.**

*Автор Олександр Маценко, PhD*

## 11.1 СУТЬ ІНДЕКСІВ, ЇХ ОСОБЛИВОСТІ ЯК УЗАГАЛЬНЮЮЧИХ ПОКАЗНИКІВ

**Індекс** (від лат. *index* – показник) – це відносний показник, що характеризує зміну явищ у часі, просторі, а також у порівнянні з планом, нормою чи стандартом.

*Роль, значення та особливість індексів* у економічному аналізі обумовлені тим, що за їх допомогою можна порівнювати безпосередньо несумірні (неспівставні) явища.

## Основні завдання

За допомогою індексів у статистико-економічному аналізі вирішуються наступні *завдання*:

- 1) Визначається середня зміна складних, безпосередньо несумірних сукупностей у часі.
- 2) Встановлюється середнє співвідношення складних явищ у просторі.
- 3) Визначається роль окремих факторів у загальній зміні складних явищ у часі та просторі.
- 4) Оцінюється середній ступінь виконання плану (норми) за сукупністю в цілому або її частиною.

## 11.2 КЛАСИФІКАЦІЯ ІНДЕКСІВ ТА ЇХ ФУНКЦІЇ

За охопленням елементів сукупності розрізняють індивідуальні та загальні індекси.

*Індивідуальними* вважаються індекси, що характеризують зміну одного елемента сукупності, або всієї однорідної сукупності (це ті ж самі темпи зростання).

*Зведеними* називаються індекси, що характеризують зміну складних сукупностей, окремі елементи яких несумірні.

За методом побудови розрізняють *агрегатні* індекси та *середні з індивідуальних*.

Вибір методу побудови загальних індексів залежить від характеру первинної інформації.

## Класифікація індексів

**За змістом індексованих величин розрізняють:**

- *індекси кількісних (екстенсивних) показників;*
- *індекси якісних (інтенсивних) показників.*

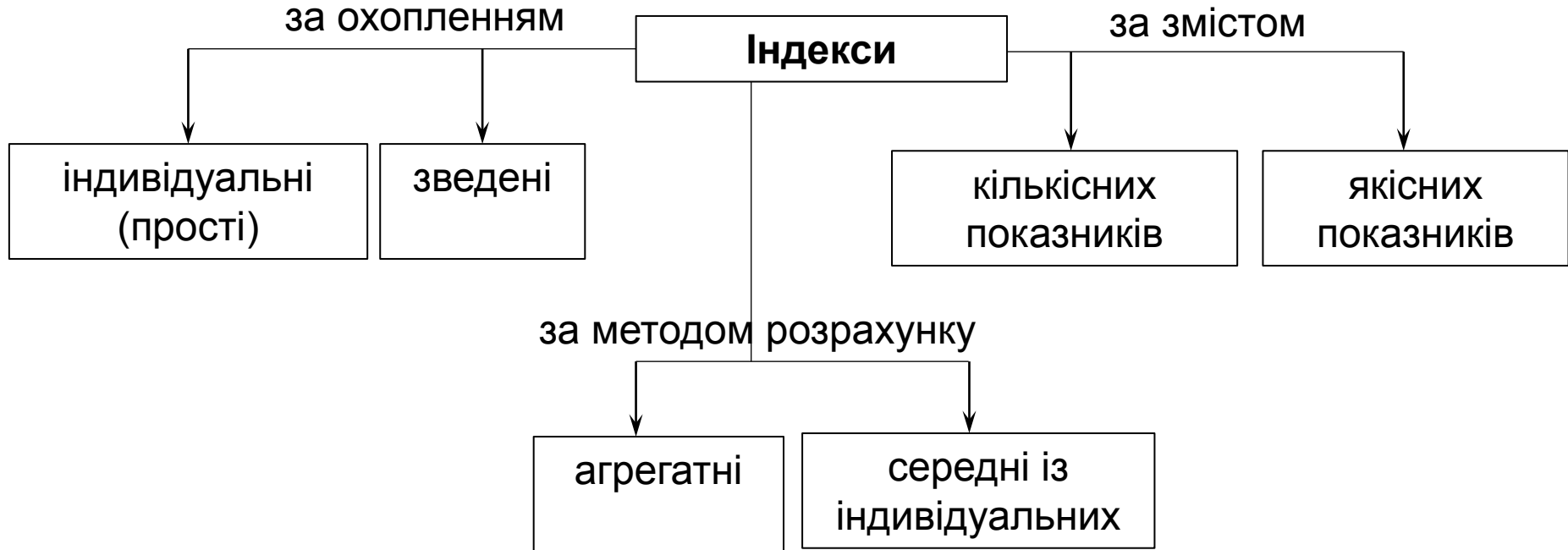
***До кількісних показників відносяться:***

- *індекси фізичного обсягу продукції;*
- *індекси обсягу споживання;*
- *обсягу національного доходу та ін.*

***До якісних відносяться:***

- *індекси цін;*
- *індекси собівартості продукції;*
- *трудомісткості;*
- *продуктивності праці та ін.*

# Класифікація індексів



# Функції індексів

Зведені індекси виконують дві головні функції:

- *Синтетичну*, за допомогою якої здійснюється об'єднання (агрегування) в єдине ціле різнорідних одиниць сукупності;
- *Аналітичну*, спрямовану на визначення впливу окремих факторів на зміну складних явищ.

## 11.3 МЕТОДОЛОГІЧНІ ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ ІНДЕКСІВ

*Основними об'єктами для побудови економічного індексу є: **ціни** за одиницю продукції і **кількість** (обсяг) цього товару.*

Це пов'язано з тим, що розрахунок узагальнюючих показників для складної сукупності в цілому, яка складається із різнорідних елементів, не завжди можливий. Тому необхідний певний сумірник, яким і є ціни (собівартість або трудомісткість одиниці продукції).



## Позначення

При розрахунку індексів використовуються спеціально прийняті символічні позначення:

- 1) Індивідуальні індекси позначаються  $i$  з підстрочним знаком показника, що індексується, наприклад,  $i_p$  – індекс цін.
- 2) Зведені індекси позначаються  $I$ .
- 3) Ціни позначаються латинською літерою  $p$  – price – ціна.
- 4) Кількість товару  $q$ ;
- 5) Собівартість продукції позначається  $z$ .
- 6) Трудомісткість позначається  $t$  ( $t$  – кількість часу на виробництво одиниці продукції).
- 7) Продуктивність праці  $1/t$ .
- 8)  $pq$  – вартість товарообігу (виручка підприємства або вартість продукції);

# Індивідуальні індекси

$i_{pq} = i_p \cdot i_q$  – спряжений індекс товарообігу

$i_p = \frac{p_1}{p_0}$  – індивідуальний індекс цін.

Базовий період позначається через 0, а поточний – через 1.

Індекси виражаються у % або у коефіцієнтах. База приймається за 100%.

*ПРИКЛАД:* Нехай ціна на цукор у нинішньому році 30 грн/кг, а у базисному – 20 грн/кг.

$$i_p = \frac{30 \text{ грн}}{20 \text{ грн}} = 1,5 = 150\%$$

# Індивідуальні індекси

$i_q = \frac{q_1}{q_0}$  – індекс фізичного обсягу продукції

$i_z = \frac{z_1}{z_0}$  – індекс собівартості

$i_t = \frac{t_1}{t_0}$  – індекс трудомісткості

$i_{\frac{1}{t}} = \frac{t_0}{t_1}$  – індекс продуктивності праці

## 11.4 Агрегатна форма індексів

Зведені індекси найчастіше використовуються у статистико-економічному аналізі для характеристики зміни складних явищ. Більш частіше використовується *агрегатна форма* зведених індексів.

Агрегатний індекс складається з *2-х частин*:

- 1) *індексованої величини*, зміна якої визначається.
- 2) *ваги* індексу, тобто його *сумірника*.

Для характеристики кошика споживання необхідно звести все до грошей:

$$Q = p \cdot q,$$

де  $Q$  – вартість;

$p$  – ціна;

$q$  – кількість товару.

## Індекс Пааше, 1874 р.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \quad \text{– індекс цін (Пааше)}$$

$p_1$  – ціни поточного періоду;  $p_0$  – ціни базисного періоду.

Індекс Пааше характеризує зміну цін поточного періоду, у порівнянні з базисним на товари, що реалізовані у поточному періоді.

Різниця між чисельником і знаменником індексу Пааше характеризує абсолютну суму економії (перевитрат) коштів населення від зміни цін:

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

Також представлена різниця характеризує абсолютну зміну товарообігу за рахунок зміни ціни.

## Індекс Ласпейреса, 1864 р.

Показує, наскільки змінилися ціни у поточному періоді у порівнянні з базисним на товари, реалізовані у базисному періоді.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \quad \text{- індекс Ласпейреса}$$

У нашій країні індекси розраховують в основному за принципом Пааше, тоді як у більшості країн частіше використовується індекс Ласпейреса.

## Агрегатні індекси

Усі індекси, крім індексу фізичного обсягу (кількості) розраховуються за принципом Пааше.

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \quad \text{– індекс собівартості}$$

$$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} \quad \text{– індекс трудомісткості}$$

$$I_{\frac{1}{t}} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} \quad \text{– індекс продуктивності праці}$$

Індекс фізичного обсягу розраховується за принципом Ласпейреса:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad \text{– індекс фізичного обсягу}$$

## Агрегатний індекс вартості товарообігу

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_0 p_0}$$

Завдання впливу окремих факторів на зміну складного явища у цілому аналізують за допомогою спряжених індексів:

$$\Delta pq = \left( \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 \right) = \underbrace{\left( \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \right)}_{(1)} + \underbrace{\left( \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 \right)}_{(2)}$$

Якщо (1) більше (2), то на загальну зміну індексу товарообігу (виручку) більше вплинули ціни, ніж кількість проданого товару, и навпаки.



*НАПРИКЛАД.* Нехай у нас є дані про ціни за одиницю продукції і обсяг її реалізації на ринку. Розглянемо як змінилися ціни у порівнянні з минулим роком на основні продукти харчування.

Продукти	Ціна за одиницю, грн		Обсяг продажів, од.	
	у базисному періоді ( $p_0$ )	у поточному періоді ( $p_1$ )	у базисному періоді ( $q_0$ )	у поточному періоді ( $q_1$ )
М'ясо, грн/кг	250,0	255,0	8,0	10,0
Яйця, грн/дес.	30,0	35,5	5,0	5,0
Молоко, грн/л	20,0	25,0	3,0	4,0

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{255 \cdot 10 + 35,5 \cdot 5 + 25 \cdot 4}{250 \cdot 10 + 30 \cdot 5 + 20 \cdot 4} = \frac{2827,5}{2730} = 1,0357 (103,57\%)$$

*Висновок:* у середньому ціни на основні продукти харчування у нинішньому році збільшились на 3,57 %.

Знайдемо економію (перевитрату) коштів населення у результаті зміни цін:

$$\text{Економія(перевитрати)} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

Якщо «-» - економія коштів населення;  
«+» - перевитрата коштів населення.

$$\text{Економія(перевитрати)} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 2827,5 - 2730 = 97,5 \text{ грн}$$

У нинішньому році населення за одну і ту ж кількість тих же самих продуктів стало платити на 97,5 грн більше.

## Індекси виконання плану

При їх розрахунку фактичні дані порівнюються з плановими. При цьому вагою індексу можуть бути як планові, так і фактичні показники.

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_{пл}}{\sum z_{пл} q_{пл}} \quad (1)$$

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_{пл} q_1} \quad (2)$$

$q_{пл}$  – вага планового періоду

Перший індекс з плановою вагою характеризує виконання плану по собівартості запланованої до реалізації продукції.

Другий індекс характеризує собівартість фактично реалізованої продукції у порівнянні з плановою.

## Індексні ряди

У процесі аналізу складних явищ нерідко доводиться мати справу з явищами, що змінюються не лише за два періоди (поточний і базисний), а за ряд періодів. В таких випадках формуються **індексні ряди**, або їх ще називають **індексні системи**.

Якщо ланцюгові і базисні індекси охоплюють один і той же період часу, то між ними існує наступний зв'язок:

- 1) добуток ланцюгових індексів дорівнює кінцевому базисному.

# Індексні ряди

Приклад.

Рік	1	2	3	4	5
Обсяг реалізації, од	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$

$$1) \frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{q_3}{q_2} \cdot \frac{q_4}{q_3} = \frac{q_4}{q_0}$$

- **взаємозв'язок.** Добуток ланцюгових індексів дорівнює відношенню кінцевого індивідуального базисного

## Індексні ряди

2) Відношення наступного базисного до попереднього дорівнює відповідному ланцюговому.

Рік	1	2	2	3	4
Обсяг реалізації, од	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$

$$2) \frac{q_4}{q_0} : \frac{q_3}{q_0} = \frac{q_4 \cdot q_0}{q_0 \cdot q_3} = \frac{q_4}{q_3}$$

## Індексні ряди

Індексні ряди можуть формуватися як за базисним, так і за ланцюговим принципом в залежності від мети дослідження. Разом з тим, потрібно мати на увазі, що індекси якісних показників формуються зі змінними, а індекси кількісних з постійними вагами.

Товар	Зміна цін					Обсяг реалізації				
	січ.	лют.	бер.	...	$n$	січ.	лют.	бер.	...	$n$
А	$p_0$	$p_1$	$p_2$		$p_n$	$q_0$	$q_1$	$q_2$		$q_n$
Б										

Індекс цін, побудований за базисним принципом	Індекс цін, побудований за ланцюговим принципом
$I_{p_{\frac{1}{0}}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ $I_{p_{\frac{2}{0}}} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}$ <p>.....</p> $I_{p_{\frac{n}{0}}} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}$	$I_{p_{\frac{1}{0}}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ $I_{p_{\frac{2}{1}}} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}$ <p>.....</p> $I_{p_{\frac{n}{n-1}}} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_{n-1} q_n}$



Товар	Зміна цін					Обсяг реалізації				
	січ.	лют.	бер.	...	$n$	січ.	лют.	бер.	...	$n$
А	$p_0$	$p_1$	$p_2$		$p_n$	$q_0$	$q_1$	$q_2$		$q_n$
Б										

Індекс кількості, побудований за базисним принципом

$$I_{q_1/0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_{q_2/0} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

.....

$$I_{q_n/0} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Індекс кількості, побудований за ланцюговим принципом

$$I_{q_1/0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_{q_2/1} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}$$

.....

$$I_{q_n/n-1} = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_{n-1} p_0}$$

В індексах фізичного обсягу ваги беруться на рівні базисного періоду

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} \neq \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

за Пааше властивість не  
стверджується

$$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

за Ласпейресом властивість  
справджується

## Середні із індивідуальних індексів (середньоарифметичний і середньогармонічний)

Середньоарифметичний індекс застосовується як правило при індексуванні кількісних показників, коли є дані про вартість товарообігу базисного періоду та індивідуальні індекси фізичного обсягу.

Середньоарифметичний індекс формується шляхом перетворення агрегатного індексу фізичного обсягу.

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \Rightarrow q_1 = i_q \cdot q_0$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

(1)

ПРИКЛАД. Є дані про товарообіг та зміну обсягу реалізації товарів у магазині електротоварів.

Товар	Ціна за одиницю, тис. грош. од		Зміна обсягу реалізації у поточному періоді, %
	базис $\sum p_0 q_0$	поточн. $\sum p_1 q_1$	
Смартфони	20,0	17,5	- 6 (0,94)
Ноутбуки	25,0	26,2	+ 2 (1,02)
Фотоепілятори	4,0	4,0	без змін (1)

Визначити зміну обсягу реалізації в магазині електротоварів.

$$I_q = \frac{0,94 \cdot 20,0 + 1,02 \cdot 25,0 + 1 \cdot 4,0}{20 + 24 + 4} = \frac{48,3}{49} = 0,99 \text{ (99\%)}$$

ВИСНОВОК: у середньому обсяг реалізації зменшився на 1%.

**Середньогармонічний** індекс розраховують при індексуванні якісних показників, коли є дані про вартість товарообігу поточного періоду та індивідуальні індекси якісних показників.

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad \Rightarrow \quad p_0 = \frac{p_1}{i_p}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$$

(2)

ПРИКЛАД. Є дані про товарообіг та зміну обсягу реалізації товарів у магазині електротоварів.

Товар	Ціна за одиницю, тис. грош. од		Зміна цін у поточному періоді, %
	базис $\sum p_0 q_0$	поточн. $\sum p_1 q_1$	
Смартфони	20,0	17,5	+ 7 (1,07)
Ноутбуки	25,0	26,2	- 2 (0,98)
Фотоепілятори	4,0	4,0	без змін (1)

Визначити середню зміну цін в магазині електротоварів.

$$I_p = \frac{17,5 + 26,5 + 4,0}{\frac{17,5}{1,07} + \frac{26,2}{0,98} + 4} = 1,01 \quad (101\%)$$

ВИСНОВОК: у середньому ціни зросли на 1%.

## Територіальні індекси

Характеризують співвідношення складних явищ у просторі (по окремих країнах, містах тощо).

Індивідуальні індекси розраховують як відносні величини порівняння.

Побудова зведених індексів обумовлюється вибором бази порівняння та ваги індексів.

$$I_p = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A}$$

де  $q_A, q_B$  – кількість проданих товарів відповідно у містах А і Б

$$I_p = \frac{\sum p_A q}{\sum p_B q}$$

$q = q_A + q_B$  – загальний обсяг товару у містах А і Б

## Територіальні індекси

При розрахунку територіального індексу фізичного обсягу в якості ваги беруться середні ціни.

$$I_q = \frac{\sum q_A \bar{p}_i}{\sum q_A \bar{p}_i}$$

де  $\bar{p}_i$  – середня ціна кожного виду товару, що вивчається



## Індекси змінного складу (ІЗС)

Використовуються при вивченні зміни лише якісних показників, що виражені середніми величинами.

Зміна середніх показників залежить водночас від зміни варіантів, з яких формуються середні, та питомої ваги цих варіантів у загальній зміні явища.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

**Індекс ціни змінного складу:**

$$I_p^{3C} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$$

**Індекс ціни фіксованого складу:**

$$I_p^{\Phi C} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

**Індекс структурних зрушень:**

$$I_p^{C3} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$$

**Дякую за увагу!**