

# **ТЕМА 10. АНАЛІЗ ОСНОВНОЇ ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ СУСПІЛЬНИХ ЯВИЩ**

---

**10.1 Суть основної тенденції розвитку, умови та фактори її формування.**

**10.2 Способи визначення основної тенденції розвитку явищ.**

**10.3 Аналітичне вирівнювання динамічних рядів, екстраполяція та інтерполяція.**

**10.4 Дослідження та вимірювання сезонних коливань.**

*Автор Олександр Маценко, PhD*

## 10.1 Суть основної тенденції розвитку, умови та фактори її формування

Важливим завданням при аналізі динамічних рядів є визначення тренду явища – загальної тенденції розвитку явища.

Визначення тренду явища називається вирівнюванням РД.

Прийоми обробки РД засновані або на перетворенні інтервалів часу і обчисленні середніх рівнів для знов утворених інтервалів, або на аналітичному вирівнюванні рівнів РД.

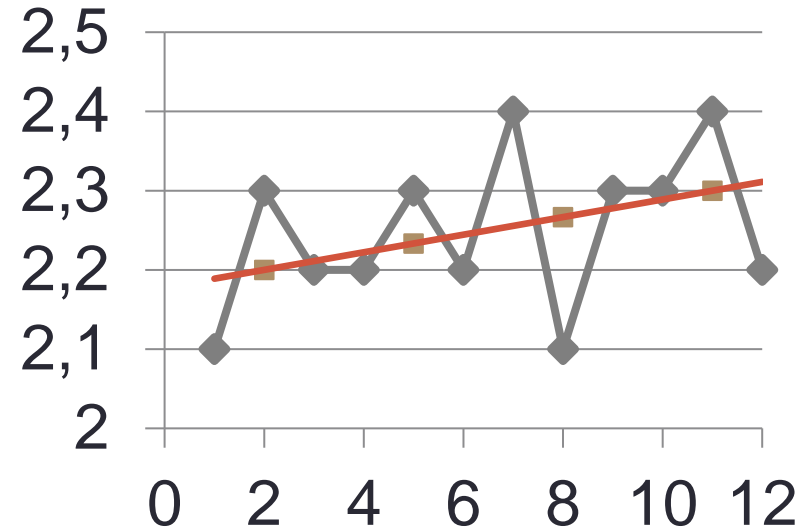
## 10.2 Способи визначення основної тенденції розвитку явищ

Для виявлення тренду застосовують спеціальні методи обробки РД, які називаються **методами вирівнювання**. Одним з найпростіших є **метод укрупнення інтервалів часу ряду динаміки**.

Місяць	Випуск продукції, млн грн	Місяць	Випуск продукції, млн грн
I	2,1	VII	2,4
II	2,3	VIII	2,1
III	2,2	IX	2,3
IV	2,2	X	2,3
V	2,3	XI	2,4
VI	2,2	XII	2,2

# Метод укрупнення інтервалів часу ряду динаміки

Квартал	Випуск продукції, млн грн
I	6,6
II	6,7
III	6,8
IV	6,9



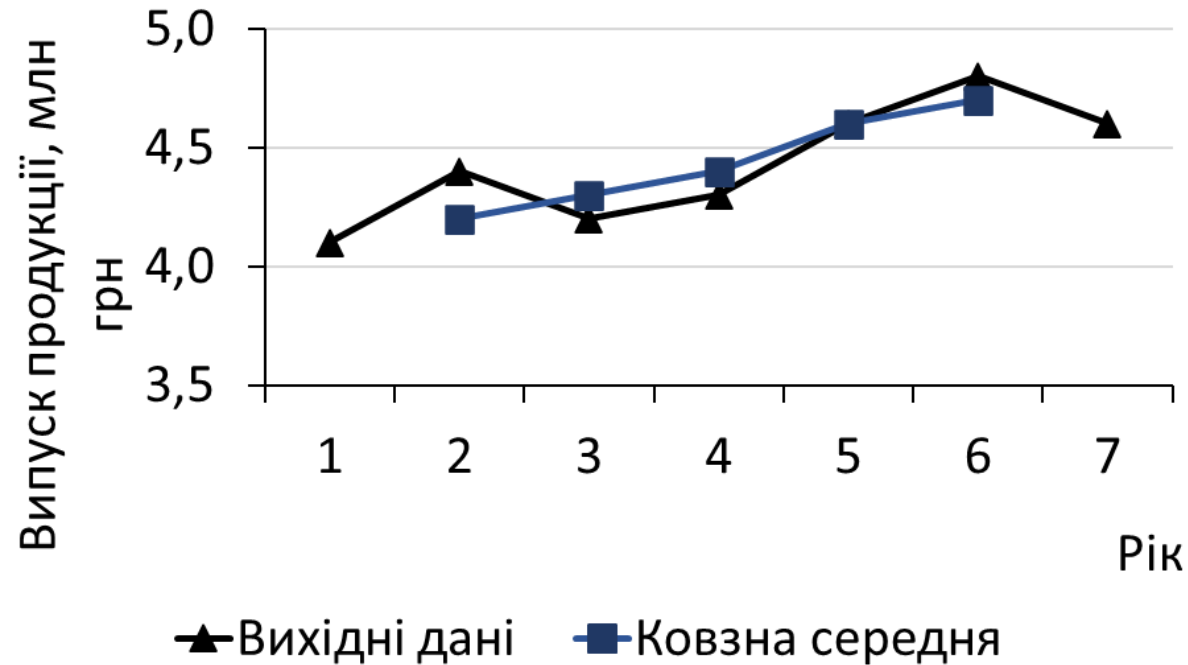
Незважаючи на варіацію значень, в середньому випуск продукції має тенденцію до зростання.

## Метод ковзної середньої (плинної)

- 1) Фактичні рівні ряду перетворюють у ряд з більшими інтервалами часу шляхом групування рівнів у групи, що складаються з однакового краще непарного їх числа.
- 2) Для кожної із сформованих груп розраховують її ковзний середній рівень, який записують напроти центрального рівня даної групи. Середні рівні і дадуть визначення тренду

## Метод ковзної середньої (плинної)

Рік	Випуск продукції, млн грн	$\bar{y}_i$
1	4,1	-
2	4,4	4,2
3	4,2	4,3
4	4,3	4,4
5	4,6	4,6
6	4,8	4,7
7	4,6	-



Цей метод має **недолік**: він скорочує число рівнів на  $m - 1$ . У приведеному прикладі  $(m - 1) = 3 - 1 = 2$ .

## 10.3 Аналітичне вирівнювання динамічних рядів, екстраполяція та інтерполяція

Більш досконалим методом вирівнювання РД є **аналітичне вирівнювання**.

Його *суть* полягає в тому, що для фактичного ряду динаміки підбирають математичну формулу (адекватну функцію), яка характеризує тренд явища і на основі якої розраховуються параметри функції.

Адекватна функція підбирається таким чином, щоб вона відповідала методу найменших квадратів (МНК):

$$\sum (y_t - \bar{y}_t)^2 = \min$$

## Вибір виду аналітичної функції

Найчастіше будують лінійний тренд:

$$\bar{y}_t = a + bt$$

де  $a$  і  $b$  – параметри функції;  $a$  – рівень ряду при  $t=0$ ;  
 $b$  – середній абсолютний приріст;  $t$  – номер моменту  
чи періоду часу, до якого належать рівні.

*Лінійний тренд* використовують тоді, коли ланцюгові  
абсолютні прирости більш менш стабільні.

$$\bar{y}_t = ab^t$$

Прологарифмуємо цей вираз і отримаємо лінійний тренд:

$$\lg \bar{y}_t = \lg a + t \lg b$$



## Визначення параметрів трендового рівняння

Параметри  $a$  і  $b$  функції знаходять із системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} na + b \sum t = \sum y \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Визначення параметрів  $a$  і  $b$  значно спрощується, якщо початок відліку часу  $t=0$  перенести в середину динамічного ряду.

## Визначення параметрів трендового рівняння

В обох випадках  $\sum t=0$ , а система рівнянь набуває вигляду:

$$\begin{cases} na = \sum y \\ b \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Отже,

$$a = \frac{\sum y}{n} \quad b = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$$

## Визначення параметрів трендового рівняння

Значення  $t$ , розміщені вище середини, будуть від'ємними, а нижче – додатними:

Рік	Умовне позначення часу $t$
1	-3
2	-2
3	-1
4	0
5	1
6	2
7	3

## Визначення параметрів трендового рівняння

Якщо число членів ряду парне, то змінній  $t$  надаються значення з інтервалом 2:

Рік	Умовне позначення часу $t$
1	-7
2	-5
3	-3
4	-1
5	+1
6	3
7	5
8	7

} 0

**Приклад.** Динаміка споживання газу населенням міста характеризується такими даними:

<b>Рік</b>	<b>Споживання газу, тис. м<sup>3</sup></b>
1	72
2	70
3	73
4	76
5	74
<b>Всього</b>	<b>365</b>

Обґрунтуйте та опишіть тенденцію споживання газу трендовим рівнянням. Визначте параметри рівняння та очікуване споживання газу в 7-му році.

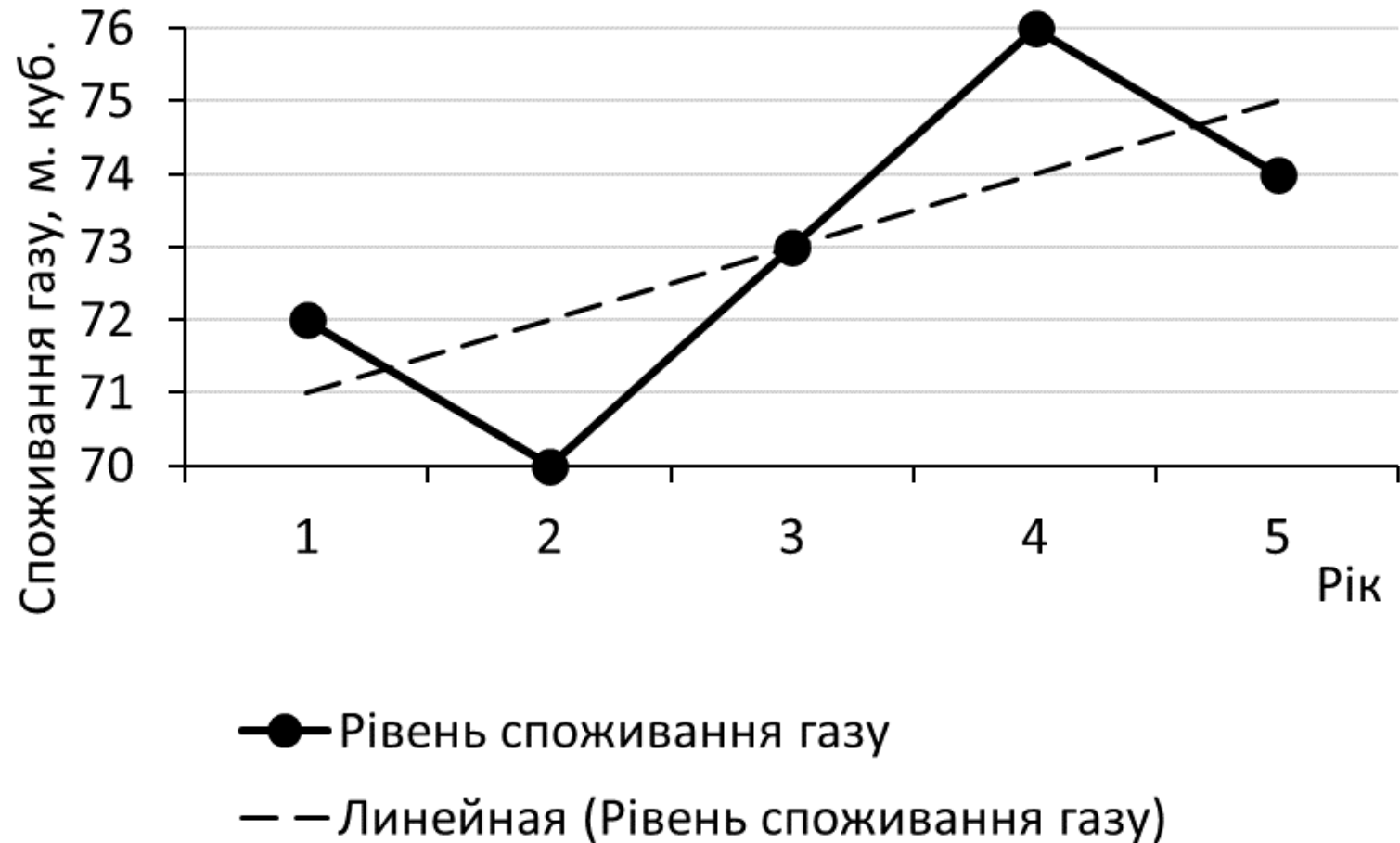


Рисунок – Динаміка споживання газу

Рівень споживання загалом зростає. Отримуємо додатну тенденцію.

Рік	Споживання газу, тис. м <sup>3</sup> (y <sub>i</sub> )	Умовне позначення часу (t)	yt	t <sup>2</sup>	$\bar{y}_t = 73 + 1t$
1	72	-2	-144	4	71
2	70	-1	-70	1	72
3	73	0	0	0	73
4	76	1	76	1	74
5	74	2	148	4	75
Всього	365	0	10	10	365

6

3

7

4

77

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{365}{5} = 73$$

$$b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{10}{10} = 1$$

## Висновок:

1) Запишемо нашу адекватну функцію зі знайденими параметрами:

$$\bar{y}_t = 73 + 1t$$

2) Очікуване споживання газу в 7-му році буде дорівнювати:

$$\bar{y}_7 = 73 + 1 \cdot 4 = 77$$




## Методи екстраполяції та інтерполяції

Екстраполяція (від латинського extra – понад, ззовні, додатково і rolіo – змінюю, згладжую) – поширення встановлених тенденцій на майбутній період. У статистиці **екстраполяція** – визначення рівнів ряду динаміки за його межами.

ПРИКЛАД. Нехай є дані про випуск продукції підприємством:

Рік	1	2	3	4	5
Продукція, млн грн	5	6,1	7,4	8,6	


  
 +1,1      +1,3      +1,2

$$y_t = y_{t-1} + \bar{\Delta}$$

або

$$y_t = y_{t-1} \cdot \bar{K}$$

$$\bar{\Delta} = \frac{1,1 + 1,3 + 1,2}{3} = 1,2$$

⇒

$$y_5 = 8,6 + 1,2 = 9,8$$

# Інтерполяція

**Інтерполяція** – визначення невідомих рівнів всередині ряду.

Рік	1	2	3	4	5
Продукція, млн грн	5	?	7,4	8,6	9,8

$$y_t = \frac{y_{t-1} + y_{t+1}}{2}$$

$$y_2 = \frac{y_1 + y_3}{2} = \frac{5 + 7,4}{2} = 6,2 \text{ млн грн}$$

## 10.4 Дослідження та вимірювання сезонних коливань

Одним із завдань статистики є визначення та вимірювання сезонних коливань у явищах, зміна яких пов'язана зі зміною сезону.

Для виявлення і вимірювання інтенсивності сезонних коливань, тобто сезонної хвилі, в статистиці користуються так званими **індексами сезонності**.

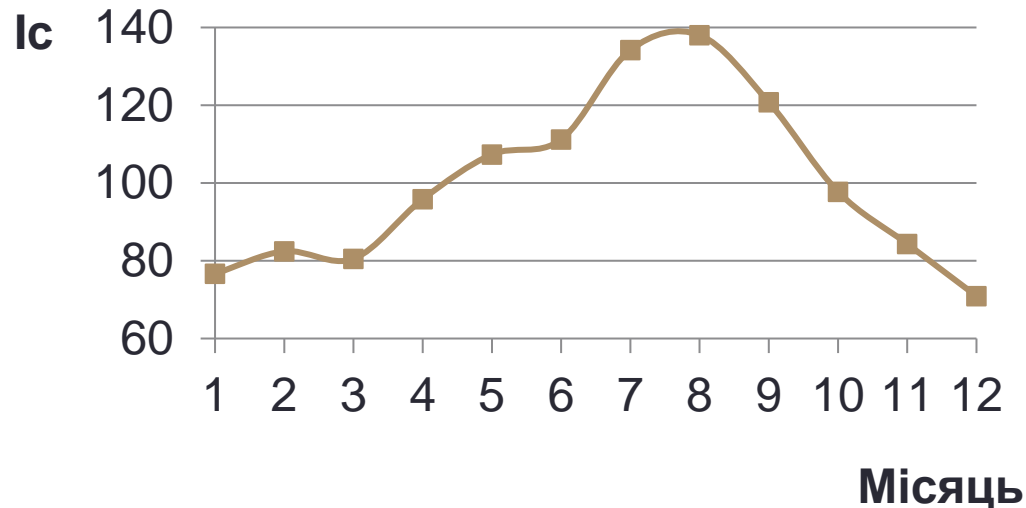
Для визначення сезонної хвилі необхідно розрахувати середній рівень ряду, що аналізується, а потім дані кожного місяця зіставити з середнім рівнем, виразивши його у %. Отримані показники називаються **індексами сезонності**.

Місяць	I	II	...	V	...	XII
Зелена цибуля, од.	4	4,3	4,2	5,6		3,7

1) Знаходимо середній рівень ряду за рік

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \approx 4,2$$

2) Рівень кожного місяця зіставляється з середнім рівнем і множиться на 100%.



Оскільки місячні дані одного року через фактор випадковості не дуже надійні для виявлення закономірності сезонних коливань, то частіше користуються даними за декілька років (не менше 3). У цьому випадку визначається середній рівень з кожного місяця. Потім з одержаних середньомісячних рівнів розраховується середня для всього ряду. І визначається процентне відношення середнього рівня кожного місяця до загального середнього рівня ряду, тобто

Місяць	2018	2019	2020	$Y_{\text{сер}}$
I	4,0	3,9	4,2	$\bar{y}_1$
II	3,9	4,0	4,0	$\bar{y}_2$
.				
.				
.				
XII				
				$\bar{y}$

$$I_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$$

**Дякую за увагу!**