ТЕМА 5. УЗАГАЛЬНЮВАЛЬНІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ

5.1 Суть, функції та види статистичних показників.

5.2 Абсолютні величини, їх роль та значення в статистиці, одиниці вимірювання.

5.3 Відносні величини, їх різновиди, способи обчислення та форми вираження.

5.4 Середні величини, їх суть та значення у вивченні масових соціально-економічних явищ.

5.5 Середня арифметична, умови її використання, способи обчислення та властивості.

5.6 Середня гармонічна, особливості її використання та обчислення.

5.7 Середня геометрична та квадратична, умови їх застосування та способи обчислення.

5.8 Структурні середні, їх суть та особливості обчислення.

Автор Олександр Маценко, PhD

5.1 СУТЬ, ФУНКЦІЇ ТА ВИДИ СТАТИСТИЧНИХ ПОКАЗНИКІВ

Обчислення статистичних показників є третім (останнім) етапом статистичної методології після зведення та групування і побудови статистичних таблиць.

Суть статистичного показника

Статистичний показник → якісне відображення / кількісне відображення

властивостей об'єктивних явищ і процесів

Статистичний показник *– це узагальнювальна характеристика явищ або процесів, яка виражає їх кількісний та якісний зміст в конкретних умовах місця та часу.*

Відмінності між **статистичним показником** (узагальнювальною характеристикою сукупності) та **ознакою** (індивідуальним значенням елементів сукупності)

Ознака	Статистичний показник
є індивідуальною характеристикою	є узагальнювальною характеристикою
існує незалежно від статистичного вивчення	створюється наукою для пізнання об'єктів, явищ та процесів

Функції статистичних показників

Статистичні показники виконують у статистико-економічному аналізі низку **функцій**:

- ***пізнавальну***, яка полягає у тому, що в процесі оцінки і аналізу явища, що вивчається, відбувається пізнання його суті.
- ***управлінську***. Статистичний показник – один із елементів управління явищем (підприємством). Вони необхідні для управління діяльністю (кого скоротити, що зробити);
- ***контрольну***, яка полягає в тому, що за допомогою статистичних показників здійснюється контроль за діяльністю підприємств та організацій;
- ***стимулюючу***, яка притаманна загалом економічним показникам, що є стимулом для удосконалення діяльності підприємства, фірми чи якоїсь галузі.

Види статистичних показників

В залежності **від функцій** статистичні показники поділяються на три групи:

1) за сутністю явищ, що вивчаються розрізняють:

- *об'ємні показники*, що характеризують величину, обсяг чи розмір явища;
- *якісні показники*, які визначають певні властивості, притаманні явищам (рівень трудомісткості, продуктивність праці);

2) за агрегованістю явищ:

- *індивідуальні показники*, що характеризують величину ознаки окремої одиниці сукупності;
- *узагальнювальні*, що характеризують величину певної ознаки усіх одиниць сукупності;

3) за часом:

- *моментні СП*, які характеризують стан явища на конкретну дату (момент часу);
- *інтервальні*, які характеризують стан явища за певний проміжок часу (за інтервал часу).

5.2 АБСОЛЮТНІ ВЕЛИЧИНИ, ЇХ РОЛЬ ТА ЗНАЧЕННЯ В СТАТИСТИЦІ, ОДИНИЦІ ВИМІРЮВАННЯ

Первинними (базовими) узагальнювальними показниками, які отримують у результаті статистичного зведення і групування первинних матеріалів статистичного спостереження, є абсолютні величини (АВ).

Абсолютні величини *– це статистичні показники, що характеризують або сумарне число одиниць сукупності (об'єкта), або її сумарну властивість (розмір, обсяг, вага, рівень) у конкретних умовах місця і часу.*

АВ бувають **індивідуальні** і **зведені** (узагальнювальні), і завжди є іменованими, тобто виражаються у певних одиницях вимірювання:

– ***у натуральних одиницях вимірювання*** – тонах, штуках, літрах, метрах, гектарах тощо;
– ***у вартісних одиницях*** – гривнях, доларах, євро та ін.;
– ***у трудових одиницях*** – людино-годинах, людино-днях, людино-місяцях і т.д.;
– ***в умовних одиницях*** – умовному паливі, нормо-змінах, тоно-кілометрах, погонних метрах, кВт/год, умовних калоріях, умовна банка тощо.

Умовно-натуральні одиниці

Умовно-натуральні одиниці використовують *при підсумовуванні декількох різновидів одного і того ж показника*. В цьому випадку один з них приймається в якості еталону, а інші перераховуються до цього еталону за допомогою відповідних коефіцієнтів.

ПРИКЛАД. Молочні продукти (молоко, сир) можуть бути за жирністю :

Таблиця

Кількість, т	5	8	6	4
Жирність, %	2,5	3	3,5	4

3% приймаємо за одиницю. Тоді:

2,5/3=0,85;   3,5/3=1,2;   4/3=1,3

Приводимо до 3 %:

$5 \cdot 0{,}85 + 8 + 6 \cdot 1{,}2 + 4 \cdot 1{,}3 = 24{,}65$ т

5.3 ВІДНОСНІ ВЕЛИЧИНИ, ЇХ РІЗНОВИДИ, СПОСОБИ ОБЧИСЛЕННЯ ТА ФОРМИ ВИРАЖЕННЯ

Абсолютні показники не можуть забезпечити достатньо повного уявлення про досліджуване явище, тому вони використовуються *як основа* для розрахунку *відносних і середніх величин*.

Відносні величини (ВВ) – це узагальнювальні показники, що виражають кількісне співвідношення двох величин, що порівнюються.

За способом розрахунку відносні величини є дробом, в чисельнику якого – величина, що порівнюється, а у знаменнику – величина, з якою здійснюється порівняння, тобто база порівняння.

Одиниці вимірювання відносних величин

Залежно від бази порівняння ВВ можуть бути виражені у формі:

- ***коефіцієнтів*** (співвідношення двох величин), коли база порівняння приймається за одиницю;

- ***відсотків***, коли база порівняння приймається за 100% (результат ділення множать на 100%);

- ***проміле***, коли база порівняння приймається за 1000$\%_0$ (результат ділення множать на 1000 $\%_0$). Наприклад, 45 лікарів на 1000 населення;

- ***продециміле***, коли база порівняння приймається за 10 000$\%_{00}$ (результат ділення множать на 10 000 $\%_{00}$);

ВВ можуть бути виражені й іменованими величинами. Наприклад, щільність населення – відношення числа жителів до площі території, виражається як чол/км^2.

Різновиди відносних величин

За призначенням і сутністю кількісних співвідношень розрізняють 7 видів ВВ:

1) Відносні величини структури (ВВС) характеризують структуру (склад) сукупності, що вивчається. Обчислюють відношенням величини кожної одиниці сукупності до обсягу всієї сукупності. Інакше кажучи, це питома вага кожної одиниці сукупності у всій сукупності. Як правило, виражається у відсотках. Наприклад, частка відмінників в загальній чисельності студентів факультету складає 15% :

$$BBC = \frac{f_i}{\sum f_i} \cdot 100\%$$

Оцінка	Кількість студентів
2 3 4 5	1 4 12 3
Всього	20

Різновиди відносних величин

2) ВВ координації (ВВК) характеризують співвідношення між окремими частинами сукупності. Показують у скільки разів порівнювана частина сукупності більша, або менша за ту частину, з якою проводять порівняння.

Як правило, за базу порівняння вибирається та частина сукупності, яка має найбільшу питому вагу в сукупності або є пріоритетною в економічному чи соціальному плані. У результаті можна встановити, скільки одиниць порівнюваної частини припадає на 1 одиницю базисної частини. Наприклад, скільки хорошистів припадає на одного відмінника в академічній групі (12/3=4).

$$BBK = \frac{f_i}{f_{i+1}} \cdot 100\%$$

Різновиди відносних величин

3) ВВ динаміки (ВВД) – характеризують зміну явищ у часі (інтенсивність розвитку явища).

Розраховуються як відношення одного й того ж показника за два чи більше періоди часу. Залежно від бази порівняння бувають ланцюговими і базисними.

У ланцюгових – база порівняння змінна, тобто показник кожного наступного періоду порівнюється з попереднім.

У базисних – база порівняння постійна, тобто показник кожного подальшого періоду порівнюється з початковим. Можуть бути виражені або коефіцієнтами або відсотками:

$$ВВДл = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100\% \qquad ВВД_б = \frac{Y_i}{Y_0} \cdot 100\%$$

Рік	2017	2018	2019	2020
Кількість студентів, тис. чол.	2,1	2,5	3,0	4,2

Різновиди відносних величин

4) ВВ порівняння (ВВП) характеризують співвідношення одного й того ж показника, що належить до різних об'єктів або територій, за один період чи момент часу.

$$ВВП = \frac{f_A}{f_B} \cdot 100\%$$

5) ВВ інтенсивності (ВВІ) характеризують ступінь поширення явища у певному середовищі чи на певній території. Це відношення двох різнойменних абсолютних величин, пов'язаних між собою.

ВВІ є іменованими величинами і виражаються в тих величинах, співвідношення яких виражають. Наприклад, кількість осіб/км^2.

$$ВВІ = \frac{a_i}{b_i} \cdot 100\%$$

Різновиди відносних величин

6) ВВ виконання плану (ВВВП) характеризують ступінь виконання плану, норми або договірних зобов'язань за певний період. Розраховується відношенням фактично досягнутого рівня до запланованого.

$$ВВВП = \frac{Уф}{Упл} \cdot 100\%$$

НАПРИКЛАД, за певний період планується отримати 5 мішків цукру, а фактично отримали 10 мішків.

$$ВВВП = \frac{10}{5} = 2$$

Висновок: план перевищили у 2 рази.

Різновиди відносних величин

7) ВВ планового завдання чи прогнозування (ВВПЗ) характеризує яку заплановано зміну даного показника у порівнянні з базовим періодом. Визначається як співвідношення планового завдання до досягнутого рівня у базовому періоді.

$$ВВПЗ = \frac{Yпл}{Y_0} \cdot 100\%$$

НАПРИКЛАД, у минулому році реалізовано продукції на суму 10 млн грн, а у цьому році заплановано реалізувати – на 11,3 млн грн. Можна визначити, яким буде планове завдання:

$$ВВПЗ = \frac{11{,}3}{10} \cdot 100\% = 113\%$$

Висновок: плануємо перевищили план на 13%.

5.4 СЕРЕДНІ ВЕЛИЧИНИ, ЇХ ЗНАЧЕННЯ ТА СУТЬ У ВИВЧЕННІ МАСОВИХ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ЯВИЩ

Головне значення середніх величин полягає в їх *узагальнювальній функції*, тобто *в заміні* множини індивідуальних значень ознаки їх середньою величиною, що характеризує всю сукупність.

Середньою величиною в статистиці називається показник, що характеризує узагальнене значення варіюючої ознаки одиниць сукупності.

Позначається середня величина $\overline{x}$ і має таку саму одиницю вимірювання, як і індивідуальна ознака.

Узагальнення явищ середньою

Якщо середня величина *узагальнює якісно однорідні* значення ознаки в сукупності, то вона називається **типовою**.

Чим більш однорідні одиниці сукупності, тим надійніша, сталіша середня, тим вона більш типова.

НАПРИКЛАД: середній вік студентів 1-го курсу, середній зріст студенток 20-річного віку, середня відвідуваність лекцій зі статистики, середня витрата коштів пенсіонерів на харчування.

Види середніх величин

Залежно від характеру ознаки, що усереднюється у статистиці використовують такі ***види середніх***:

- середня арифметична;
- середня геометрична;
- середня гармонійна;
- середня квадратична;
- кубічна;
- біквадратична та ін. степенів.

Це обумовлено тим, що середня відноситься до класу степеневих.

5.5 СЕРЕДНЯ АРИФМЕТИЧНА, УМОВИ ЇЇ ВИКОРИСТАННЯ, СПОСОБИ ОБЧИСЛЕННЯ ТА ВЛАСТИВОСТІ

Найпоширенішою в економічних розрахунках і соціально-економічному аналізі є середня арифметична.

Середня арифметична поділяється на просту і зважену.

Середня арифметична проста застосовується в тих випадках, коли кожне індивідуальне значення ознаки (числовий варіант) трапляється один раз або однакове число раз. Інакше кажучи, середня арифметична проста *розраховується за незгрупованими даними*.

Обчислення середньої арифметичної простої

Обчислення середньої арифметичної простої

Її **розраховують** *шляхом ділення суми значень ознаки на кількість одиниць сукупност*і. Тобто, якщо є значення варіюючої ознаки (її варіанти): x_1, x_2, x_3, …, x_n, то середня арифметична проста обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n} x_i}{n}$$

НАПРИКЛАД, якщо студент за результатами сесії одержав оцінки 4; 5; 3; то середній бал його успішності:

$$\bar{x} = \frac{4+5+3}{3} = 4$$

Середня арифметична зважена

Середня арифметична зважена використовується у тих випадках, коли *значення ознаки в сукупності трапляються багаторазово і неоднакове число раз*. Тобто, коли варіанти варіюючої ознаки мають різні частоти (дані згруповані). Формула середньої арифметичної зваженої

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Техніка обчислення середньої арифметичної зваженої для дискретного та інтервального ряду відрізняється.

Обчислення середньої арифметичної зваженої

Якщо ряд дискретний і частота кожного варіанта різна, то для підрахунку середньої арифметичної необхідно:

а) помножити кожний варіант на його частоту;

б) знайти суму одержаних добутків варіантів на частоти;

в) знайти суму частот (якщо вона невідома);

г) суму добутків варіантів на частоти розділити на суму частот.

У загальному вигляді обчислення середньої арифметичної зваженої дискретного ряду можна подати таким чином:

Варіанти, (x)	Частоти, (f)	Добуток варіантів на частоти, ($x \cdot f$)
x_1	f_1	$x_1 \cdot f_1$
x_2	f_2	$x_2 \cdot f_2$
…	…	…
x_n	f_n	$x_n \cdot f_n$
	Σf_i	$\Sigma x_i \cdot f_i$

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Обчислення середньої арифметичної зваженої

ПРИКЛАД: Нехай чоловіки беруть у жінки і витрачають в день на проїзд:

Кошти, грн	Кількість опитаних	*xf*
10	4	40
20	3	60
30	2	60
50	1	50
Всього	10	210

$$\bar{x} = \frac{210}{10} = 21 \text{ грн}$$

Обчислення середньої арифметичної зваженої

Якщо ряд інтервальний, то обчислення середньої арифметичної має одну особливість – стовпчики варіантів значень ознак подані не одним числом, а певним інтервалом – нижньою і верхньою межами.

Для того, щоб розрахувати середню арифметичну інтервального ряду, необхідно перетворити його на дискретний:

1) визначити середню величину кожного інтервалу (його середину) як напівсуму верхньої і нижньої меж;
2) визначити середню для всього ряду в тій послідовності, що і для дискретного варіаційного ряду.

Обчислення середньої арифметичної зваженої

ПРИКЛАД. Нехай є інтервальний ряд розподілу робітників цеху за віком:

Групи робітників за віком, років (*x*)	Число робітників (*f*)	Середина інтервалу (*x′*)	*xf*
до 20	1	18,5 = (17+20)/2	18,5
20 – 30	5	25	125
30 – 40	8	35	280
40 – 50	4	45	180
старше 50	2	57,5 = (50+65)/2	115
Разом:	20		718,5

$$\bar{x} = \frac{718{,}5}{20} = 36 \textit{ років}$$

Обчислення середньої арифметичної зваженої

ПРИКЛАД. Знайдемо середній час, за який студент СумДУ добирається до університету

Час, хв	Кількість слухачів	Час, хв	Середина інтервалу	*xf*
до 10	2	0-10	5	10
10 – 20	6	10-20	15	90
20 – 30	5	20-30	25	125
більше 30	7	30-40	35	245
Всього:	20			470

$$\overline{x} = \frac{470}{20} = 23{,}5\,хв.$$

Властивості середньої арифметичної

1) Сума відхилень окремих значень ознаки (варіант) від середньої арифметичної дорівнює 0:

$$\begin{Bmatrix} \sum (x-\bar{x}) = 0 \\ \sum (x-\bar{x}) f = 0 \end{Bmatrix}$$

Логічно це означає, що в середній арифметичній взаємно погашаються відхилення варіант у той та інший бік.

2) Якщо від кожної варіанти відняти або до кожної варіанти додати яке-небудь довільне число, то нова середня зменшиться або збільшиться на це ж число.

3) Якщо кожну варіанту розділити або помножити на яке-небудь довільне число, то нова середня зменшиться або збільшиться в стільки ж разів.

4) Якщо всі частоти розділити або помножити на яке-небудь число, то середня арифметична не зміниться.

5) Добуток середньої на суму частот завжди дорівнює добутку варіантів на частоти, тобто $\bar{x}\sum f = \sum xf$

5.6 СЕРЕДНЯ ГАРМОНІЙНА, ОСОБЛИВОСТІ ЇЇ ВИКОРИСТАННЯ ТА ОБЧИСЛЕННЯ

Середня гармонійна проста застосовується у випадках, коли усереднюванню підлягають не самі варіанти, а обернені їм числа $1/x_1$, $1/x_2$, …, $1/x_n$.

Порядок отримання середньої гармонійної простої:

1) Знаходять середню арифметичну із обернених величин:

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}}{n} = \frac{\sum \frac{1}{x_i}}{n}$$

2) Величина, обернена отриманій середній арифметичній і буде середньою гармонічною:

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

ПРИКЛАД. Припустимо 3 студенти гр. М-91 на перерві з'їли по пиріжку: 1-й – за 1/2хв; 2-й – за 1/3 хв; 3-й – за 1/4 хв. Визначимо середній час поглинання пиріжків.

$$\bar{x}_h = \frac{3}{\frac{1}{1/2} + \frac{1}{1/3} + \frac{1}{1/4}} = \frac{3}{2+3+4} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = 20c$$

Середня гармонійна зважена

$$\overline{X}_h = \frac{\sum \omega}{\sum \frac{\omega}{x}} \qquad \text{де} \qquad \omega = xf$$

ПРИКЛАД: Нехай є 3 господарства, які висіяли цукрові буряки.

Господарства	Урожайність, ц/га	Валовий збір, ц
I	260	2800
II	210	3400
III	230	2600
Всього		8800

$$\overline{X}_h = \frac{\sum \omega}{\sum \frac{\omega}{x}} = \frac{8800}{\frac{2800}{260} + \frac{3400}{210} + \frac{2600}{230}} = 230 \text{ ц / га}$$

5.7 СЕРЕДНЯ ГЕОМЕТРИЧНА ТА КВАДРАТИЧНА, УМОВИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ТА СПОСОБИ ОБЧИСЛЕННЯ

Середня геометрична використовується здебільшого при обчисленні середніх коефіцієнтів (темпів) зростання якого-небудь показника (інфляція, ціна і т.д.).

Середня геометрична проста:

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdots x_n} = \sqrt[n]{\prod x}$$

У логарифмованому вигляді формула середньої геометричної нагадує формулу, середньої арифметичної з тією лише різницею, що замість натуральних величин фігурують їх логарифми.

$$\lg \bar{x}_g = \frac{\lg x_1 + \lg x_2 + \cdots + \lg x_n}{n} = \frac{\sum \lg x_i}{n}$$

ПРИКЛАД. Темпи зростання іномарок в м. Суми:

Рік	2017	2018	2019	2020
Темп зростання авто	1,2	1,4	1,5	1,3

$$\bar{x}_g = \sqrt[4]{1{,}2 \cdot 1{,}4 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}3} \approx 1{,}3$$

Середня геометрична зважена

Якщо середня геометрична обчислюється **для варіаційного ряду**, то тоді сума частот є показником степені кореня, а частота кожного з варіантів – показником степені варіанта.

$$\bar{x}_g = \sqrt[\sum f]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdots x_n^{f_n}} = \sqrt[\sum f]{\prod x^f}$$

$$\lg \bar{x}_g = \frac{f_1 \lg x_1 + f_2 \lg x_2 + \cdots + f_n \lg x_n}{\sum f} = \frac{\sum f_i \lg x_i}{\sum f_i}$$

Середня квадратична

Середня квадратична розраховується у випадках, коли усередненню (узагальненню) підлягають величини, виражені у вигляді квадратних функцій (середні діаметри труб, коліс, стовбурів дерев і т.д.).

$$\bar{x}_{\hat{e}\hat{a}.} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$ проста

$$\bar{x}_{\hat{e}\hat{a}.} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$$ зважена

Правило мажорантності

Якщо розраховувати різні види середніх величин на основі однієї і тієї ж первинної інформації, то отримаємо різні значення середніх, що обумовлено **правилом їх мажорантності**:

$$\overline{x}_{кв.} \geq \overline{x}_{ар.} \geq \overline{x}_{g} \geq \overline{x}_{h}$$

5.8 СТРУКТУРНІ СЕРЕДНІ, ЇХ СУТЬ ТА ОСОБЛИВОСТІ ОБЧИСЛЕННЯ

Як додаткові (допоміжні) характеристики при аналізі варіаційних рядів розраховуються структурні середні: мода і медіана.

Медіана *Me*

Під медіаною *в геометрії* розуміють відрізок, який сполучає одну з вершин трикутника з протилежною стороною і розділяє її пополам.

Медіана – значення центрального елементу ранжируваного ряду, який знаходиться в середині ряду і ділить його на дві рівні частини.

Визначення медіани

Якщо дані не згруповані, то для визначення медіани необхідно:

1) ранжирувати ряд і пронумерувати його члени;
2) якщо число членів ряду непарне, то необхідно додати до останнього номеру одиницю і розділити на 2, тобто $(n+1)/2$. В результаті одержимо порядковий номер члена ряду із значенням ознаки, що дорівнює медіані;
3) якщо ж число членів ряду парне, то медіану визначають як середню арифметичну з 2 центральних елементів ряду.

Визначення медіани

ПРИКЛАД. Нехай є декілька дівчаток, які кажуть про свій вік:

20 18 21 19 22

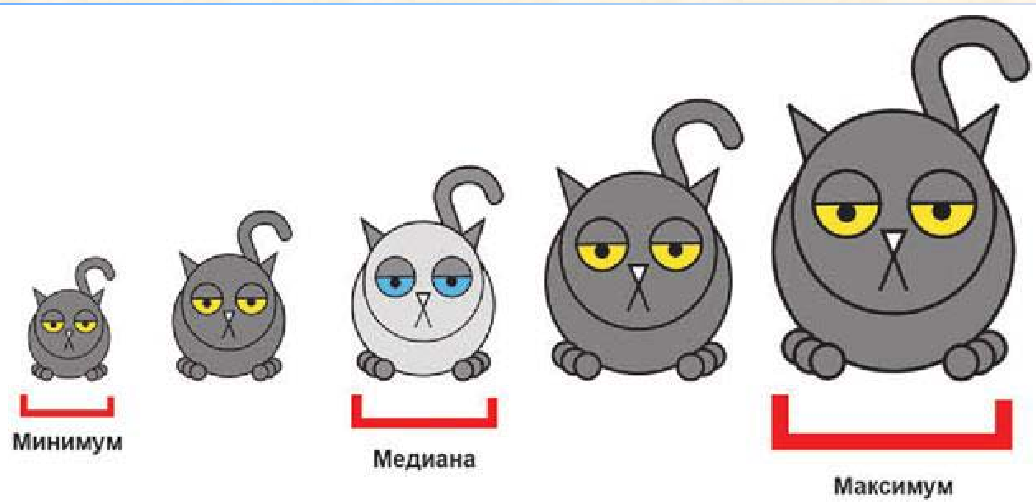
Для визначення медіани необхідно проранжирувати ряд і пронумерувати його члени:

№ з/п	1	2	3	4	5
Вік, років	18	19	$\boxed{20}$	21	22

Оскільки ***число членів ряду непарне***, знайдемо номер медіани:

$$№_{Me} = \frac{5+1}{2} = 3$$

Отже медіана Me = 20 років.

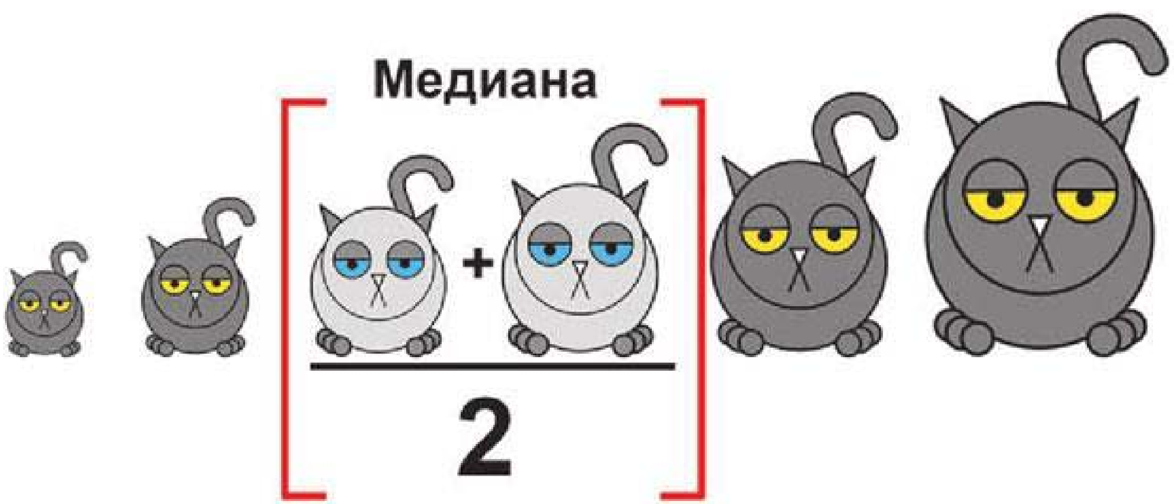


Визначення медіани

Якщо ***число членів ряду парне***:

№ з/п	1	2	3	4	5	6
Вік, років	18	19	20	21	22	24

У цьому випадку медіана визначається як середня з двох центральних елементів ряду: (20+21)/2 = 20,5 років.



Визначення медіани

Для **дискретних рядів** *Me* визначається в такій послідовності:

1) знаходять її порядковий номер у сукупності як напівсуму частот;

2) будується стовпчик кумулятивних частот, під якими розуміють їх наростаючий підсумок;

3) перша із кумулятивних частот, яка перевищує номер медіани або дорівнює йому, укаже на значення медіани у стовпчику варіантів.

ПРИКЛАД. Нехай є розподіл міст за кількістю заводів в них. Визначимо ***Me***.

Число заводів (*x*)	Число міст (*f*)
1	2
2	3
3	4
4	2
5	1
Разом:	12

Визначення медіани

Число заводів (*x*)	Число міст (*f*)	Накопичені частоти (*S*)
1	2	2
2	3	5 (2+3)
Me 3	4	9 (2+3+4)
4	2	
5	1	
Разом:	12	

1) Знайдемо номер $№_{Me} = 12 : 2 = 6$.

2) За кумулятивними частотами визначаємо медіану. Отже, $Me = 3$.

Висновок: значення медіани показує, що у половині міст більше, ніж 3 заводи, а у половині – менше, ніж 3 заводи.

Визначення медіани

Для інтервальних рядів порядок знаходження ***Me*** такий:

1) Знаходять номер *Me*, як півсуму частот.

2) За кумулятивними частотами визначається медіанний інтервал, тобто інтервал, в якому знаходиться *Me*.

3) За формулою визначається медіана:

$$Me = x_н + h\frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

де $x_н$ – нижня межа медіанного інтервалу;

h – величина медіанного інтервалу;

$\frac{\sum f}{2}$ – порядковий номер ***Me*** ;

$S_{Me\text{-}1}$ – накопичена частота домедіанного інтервалу;

f_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Визначення медіани

Для ясності розглянемо такий *ПРИКЛАД*: Нехай є дані про розподіл сільських населених пунктів Сумського району за кількістю мешканців у них. Визначити медіанну (середню) кількість мешканців у населених пунктах Сумського району.

Населення, чол. (*x*)	Кількість сіл (*f*)	Накопичені частоти (*S*)
до 100	6	6
100 – 200	18	24
Me 200 – 300	30	54
300 – 400	34	
400 – 500	10	
понад 500	2	
Разом:	100	

1) Визначаємо порядковий номер $№_{Me}$ = 100 : 2 = 50.

2) За накопиченими частотами бачимо, що 50 номер елемента ряду знаходиться в інтервалі 200–300 чол.

Визначення медіани

3) За формулою:

$$Me = X_{н} + h\frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 200 + 100\frac{50-24}{30} = 200 + 100\frac{26}{30} = 287 \text{ ос.}$$

Для порівняння знайдемо середню арифметичну:

$$\bar{x} = \frac{50 \cdot 6 + 150 \cdot 18 + 250 \cdot 30 + 350 \cdot 34 + 450 \cdot 10 + 550 \cdot 2}{100} = 280 \text{ ос.}$$

Висновок: у половині сіл району проживають менше 287 осіб, а в половині – більше 287 осіб.

Мода *Мо*

Поняття «Мода» в статистику ввів К. Пірсон.

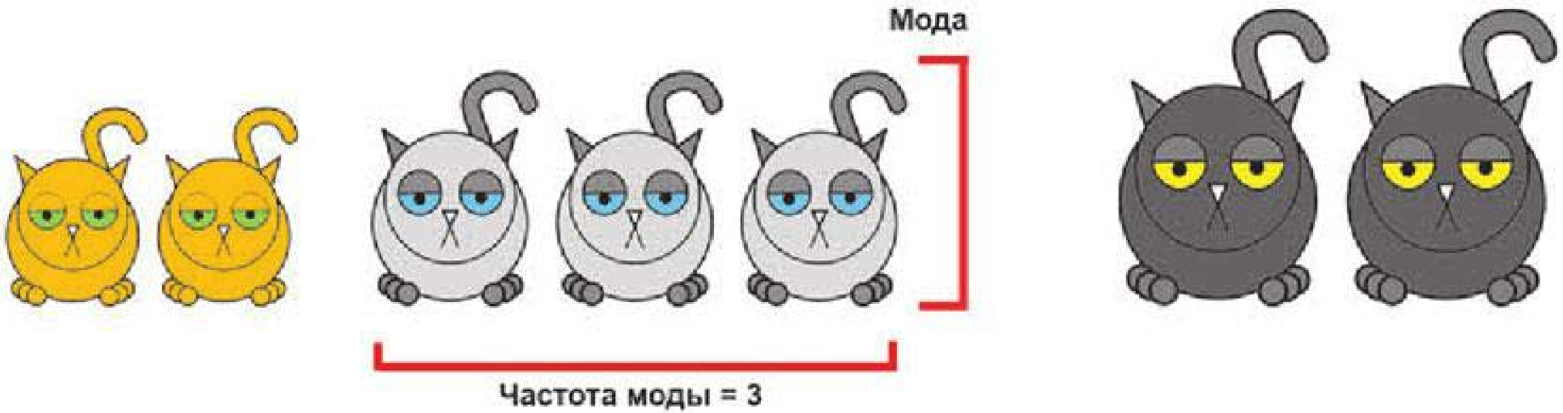
Мода (***Мо***) – значення варіюючої ознаки, яке найчастіше зустрічається серед одиниць даної сукупності.

Тобто, **мода** – це найтиповіше, характерне для даної сукупності значення ознаки (варіанта).

Для дискретних рядів, мода – це значення варіанти, якому відповідає найбільша частота. Визначення її проводиться без жодних обчислень, шляхом простого перегляду стовпчика частот. Дивлячись на цей стовпчик, слід лише знайти найбільше число в ньому. Йому і відповідає значення варіанта (ознаки), яке і є модою.

У попередньому прикладі *Мо*=3. Саме таке число заводів має найбільше розповсюдження серед міст даного ряду. Таких міст найбільше число – 4.

Мода *Мо*



Визначення моди

Для інтервальних рядів визначення моди вимагає обчислень і здійснюється у такій послідовності:

1) За найбільшою частотою визначають модальний інтервал, тобто частота якого найбільша. При цьому у рядах з неоднаковими інтервалами модальний інтервал визначається за найбільшою щільністю розподілу.

2) За формулою визначається мода:

$$Mo = x_н + h\frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)}$$

де $x_н$ – нижня межа модального інтервалу;

h – розмір модального інтервалу;

f_2 – частота модального інтервалу;

f_1 – частота передмодального інтервалу;

f_3 – частота післямодального інтервалу.

Визначення моди

ПРИКЛАД: знайдемо моду для прикладу з населеними пунктами.

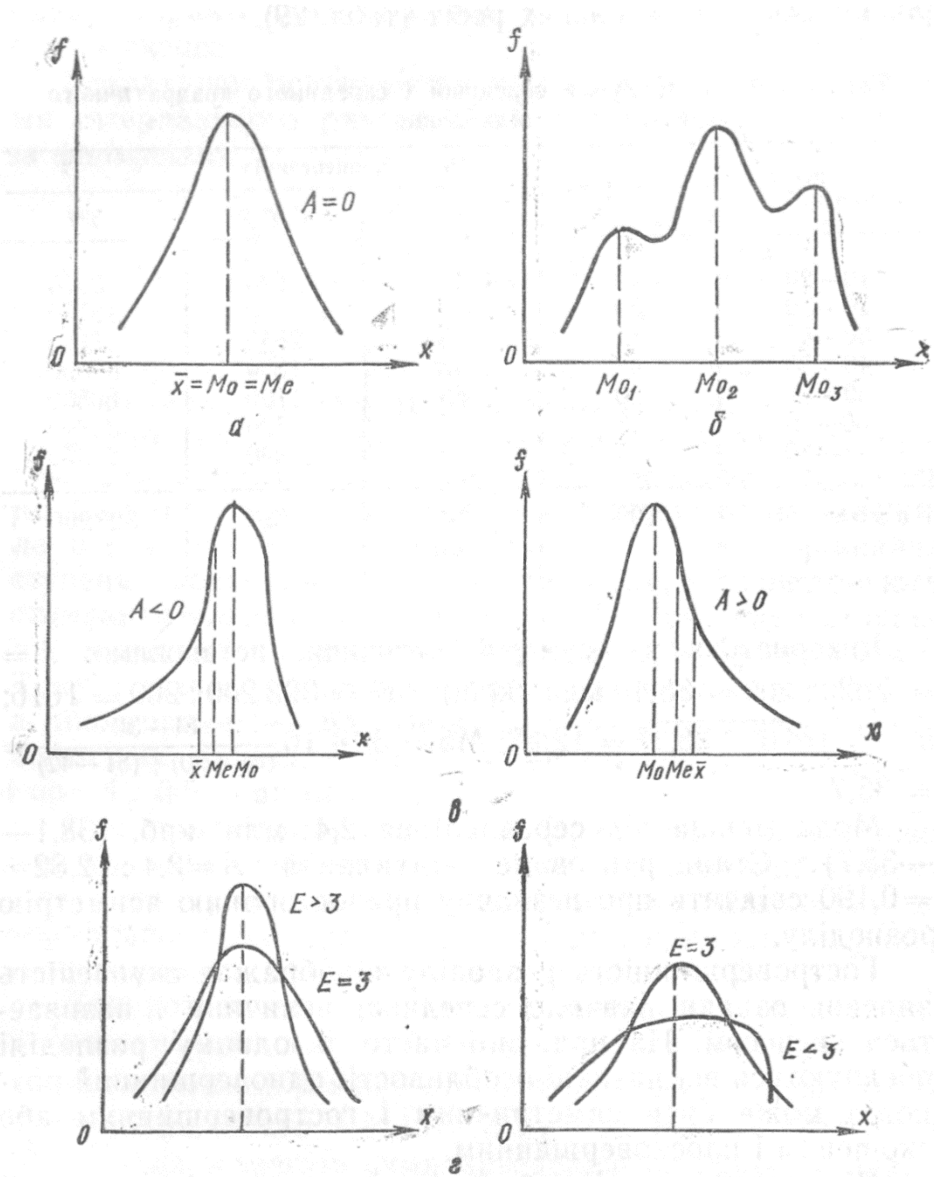
1) Проглянувши стовпчик частот бачимо, що ***Мо*** знаходиться в інтервалі 300–400, оскільки йому відповідає найбільша частота.

2 За формулою

$$Mo = 300 + 100\frac{34-30}{(34-30)+(34-10)} = 314 \text{ ос.}$$

Висновок: у більшості сіл Сумського району проживає близько 314 ос., або найтиповішим селом в районі є село з кількістю жителів 314 ос.

Різновиди форм розподілу



Дякую за увагу!